

Міністерство освіти, науки, молоді та спорту України
Одеський національний політехнічний університет
Кафедра теоретичних основ та загальної електротехніки

Програма
та контрольні завдання
з дисципліни
«Теорія електричних та магнітних кіл»
Для студентів спеціальності 7.091501
Заочної форми навчання

Міністерство освіти, науки, молоді та спорту України
Одеський національний політехнічний університет
Кафедра теоретичних основ та загальної електротехніки

Програма
та контрольні завдання
з дисципліни
«Теорія електричних та магнітних кіл»
Для студентів спеціальності 7.091501
Заочної форми навчання

Затверджено
на засіданні кафедри
теоретичних основ та
загальної
електротехніки
протокол №1 від
29.08.2012р.

Одеса ОНПУ 2012

Програма та контрольні завдання з дисципліни «Теорія електричних та магнітних кіл» для студентів спеціальності 7.091501 заочної форми навчання / Укл. Жеков О.П., Моспан Т.М., Огінська С.М., Ярмолович В.Я. Одеса: ОНПУ, 2012. – 30 с.

Укладачі: О.П.Жеков, асистент,
Т.М. Моспан, ст. викладач,
С.М. Огінська, ст. викладач,
В.Я. Ярмолович, ст. викладач.

ЗМІСТ

Перелік питань для самостійного вивчення	4
Список літератури	6
Контрольні роботи.....	7
Контрольна робота №1	7
Контрольна робота №2	12
Приклади розв'язання задач.....	14
Задача з контрольної роботи №1	14
Приклад розв'язку задачі №2	21
Приклад розв'язування задачі до контрольної роботи № 2.....	25

Перелік питань для самостійного вивчення

Тема 1. Основні поняття та закони електричних кіл

- ✧ Електричне поле та його характеристики – напруженість, потенціал, напруга.
- ✧ Електрорушійна сила.
- ✧ Електричний струм і його види.
- ✧ Принцип неперервності.
- ✧ Елементи електричних кіл і схем.
- ✧ Поняття: вузол, вітка, контур.
- ✧ Закон Ома, Кірхгофа.
- ✧ Баланс потужностей.

Тема 2. Аналіз лінійних електричних кіл постійного струму

- ✧ Еквівалентні перетворення схем електричних кіл.
- ✧ Двополюсники.
- ✧ Застосування еквівалентних перетворень схем електричних кіл та задачі їх аналізу.
- ✧ Методи аналізу без зміни структури схеми: метод рівнянь Кірхгофа; метод контурних струмів, метод вузлових напруг.
- ✧ Метод активного двополюсника.
- ✧ Принцип накладення.

Тема 3. Основні поняття та закони електричних кіл змінного струму

- ✧ Закон електромагнітної індукції.
- ✧ Взаємо-індуктивного зв'язані контури.

Тема 4. Лінійні кола однофазного синусоїдального струму

- ✧ Миттєві амплітудні, діючі та середні значення струмів та напруг.
- ✧ Поняття активних та реактивних складових.
- ✧ Основні положення символічного методу аналізу.
- ✧ Основні закони електричного кола в символічній формі.
- ✧ Аналіз електричних кіл символічним методом.
- ✧ Деякі особливості кіл з взаємо-індуктивними зв'язками віток.
- ✧ Електромагнітна енергія та її потужність.

Тема 5. Спеціальні питання аналізу лінійних кіл однофазного синусоїдального струму

- ✧ Резонанс в електричних колах.
- ✧ Резонанс напруг та струмів, всехвильовий резонанс.
- ✧ Частотні характеристики та резонансні криві.
- ✧ Чотириполюсники.

Тема 6. Нелінійні електричні кола постійного струму. Основні визначення

- ✧ Аналітичні та графоаналітичні методи розрахунку постійних кіл.
- ✧ Аналіз складних кіл методом еквівалентного генератора.
- ✧ Метод двох вузлів.
- ✧ Заміна нелінійних елементів еквівалентними лінійними

Тема 7. Магнітні кола синусоїдного струму

- ✧ Елементи магнітних кіл та їх фізичні величини.
- ✧ Закони магнітних кіл.
- ✧ Особливості розрахунку магнітних кіл.
- ✧ Прямі та зворотні задачі розрахунку магнітних кіл.

Тема 8. Лінійні електричні кола несинусоїдного струму

- ✧ Основні визначення.
- ✧ Розкладання періодичних функцій у ряд Фур'є.
- ✧ Діюче значення періодичних несинусоїдних функцій часу.
- ✧ Коефіцієнти, що характеризують несинусоїдні функції часу.

- ⤴ Потужність у колах не синусоїдного струму.
- ⤴ Вплив параметрів елементів кола на форму кривих струмів при несинусоїдній напрузі.
- ⤴ Послідовність розрахунків кіл при дії несинусоїдних джерел енергії.

Тема 9. Перехідні процеси в лінійній електричних колах

- ⤴ Причини виникнення перехідних процесів.
- ⤴ Закони комутації.
- ⤴ Початкові умови.
- ⤴ Класичний метод аналізу перехідних процесів.
- ⤴ Перехідні процеси при вмиканні електричного кола на неперервній зміні джерела напруги чи струму.
- ⤴ Перехідні процеси при довільних формах вхідної напруги.
- ⤴ Інтеграл Дюамеля.

Список літератури

Підручники

1. Основи теорії кіл; Підр. Для вузів Г.В.Зевеке, П.А.Ионкин и др.-5-е изд., перераб. И доп.- М.: Энергоатомиздат, 1989-528с.
2. Бессонов Л.А. Теоретичні основи електротехніки. Електричні кола: Підручн. Для вузів. –відан., перерод. і допов. – М.: Виш. Шк., 1984. -559с.
3. Перхач В.С. Теоретична електротехніка. Лінійні кола: Підруч. –К.: Вища шк., 1992.-439с.:іл.

Методичні вказівки

1. Буштян Л.В., Обуховський М.П., Тарасов В.І. Лабораторний практикум «Лінійні електричні кола» на стендах УІЛС – 1: учбові посіб.- К: УМК ВО, 1988 – 99с.
2. Методичні вказівки до практичних занять і самостійної роботи з розділу ТОЕ «Змінний струм. Чотириполосники» для студентів фаху 7.091304/Укл.: Н.І.Тростянська, С.М.Огінська.-Одеса: ОДПУ, 1997. -35с.
3. Методичні вказівки для проведення практичних занять з теоретичних основ електротехніки «Розрахунок перехідних процесів» для студентів фаху 7.091304/Укл. Тростянська Н.І., Огінська С.М. – Одеса : ОДПУ, 1998.-28с.

Лабораторні роботи

Згідно з навчальним планом на лабораторні роботи відводиться 12 годин, за які необхідно виконати 4 роботи.

1. Лабораторна робота №2. Використання законів Ома і Кірхгофа для дослідження аналізу електричних кіл.
2. Лабораторна робота №6. Застосування теорії двополосників для дослідження кіл синусоїдного струму.
3. Лабораторна робота №13. Дослідження перехідних процесів у колах з одним реактивним елементом.
4. Лабораторна робота №14. Дослідження перехідних процесів у колах з двома реактивними елементами.

Студенти повинні підготувати протокол для виконання лабораторних робіт (зразок протоколу знаходиться на стенді кафедри). Без підготовленого протоколу студент не буде допущений до виконання лабораторних робіт.

Загальні положення

1. Мета контрольних робіт

Контрольні роботи є основним видом практичного засвоєння курсу. Виконання контрольних робіт допомагає студентам перевірити ступінь засвоєння курсу.

2. Вибір варіанта завдання

Студенти виконують дві контрольні роботи: одну в першому семестрі вивчення курсу, одну в другому. Номер варіанта вибиратися по початковій букві прізвища і останній цифрі залікової книжки студента.

3. Вимоги та рекомендації по оформленню контрольних робіт.

Кожну контрольну роботу слід виконувати в окремому зошиті з полями, на яких рецензент зробить свої зауваження. Перед рішенням задачі необхідно записати повністю її умови та зобразити схему, згідно з варіантом завдання. Рішення повинні супроводжуватися поясненнями, вирази записувати спочатку в загальному вигляді, а потім підставляти числові значення. Схеми, рисунки, графіки повинні виконуватися на аркушах міліметрового паперу з дотриманням стандарту. Необхідно вказувати одиниці виміру усіх фізичних величин в кінцевих результатах обчислень в системі СІ. Контрольні роботи, що не заліковані, необхідно доповнити відповідями на зауваження рецензента. Виправлення похибок в тексті роботи не допускається.

Контрольні роботи

Контрольна робота №1

Задача №1

Розрахунок електричних кіл постійного струму

1. Знайти струми в усіх вітках схеми методом контурних струмів.
2. Знайти струми в усіх вітках схеми методом вузлових напруг.
3. Порівняти результати розрахунків струмів двома методами.
4. Перетворити схему так, щоб за законом Кірхгофа необхідно було скласти два рівняння. Знайти струми у вітках за методом рівнянь Кірхгофа.
5. Скласти баланс потужностей для первісної та перетвореної схем.
6. Знайти струми у вітці з R^* за методом еквівалентного генератора.
7. Побудувати потенціальну діаграму для будь-якого контуру, до якого входить джерело напруги.

Варіанти схем для задачі

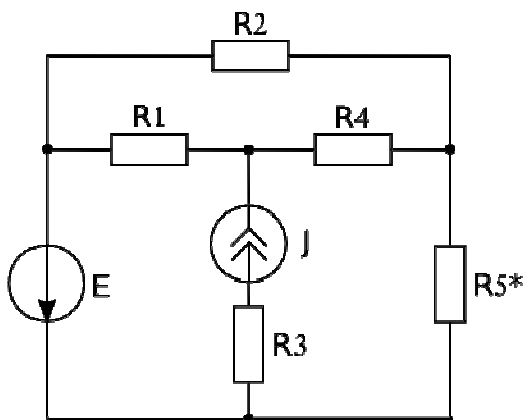


Схема 1

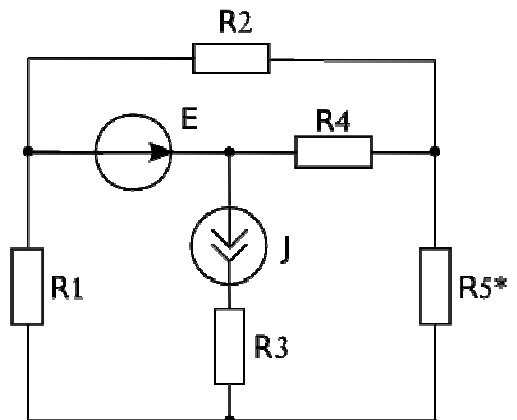


Схема 2

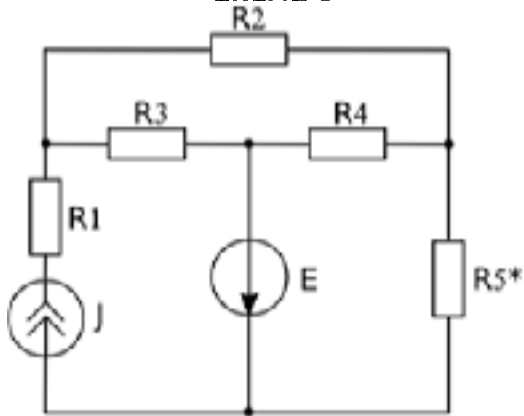


Схема 3

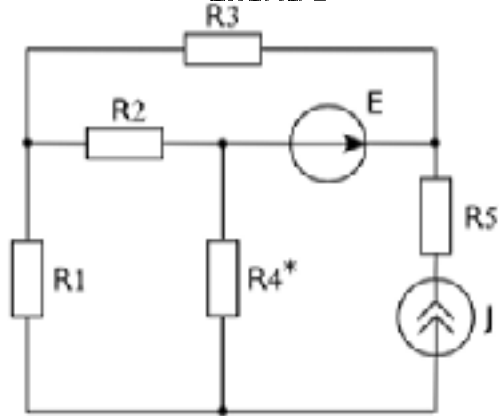


Схема 4

№1

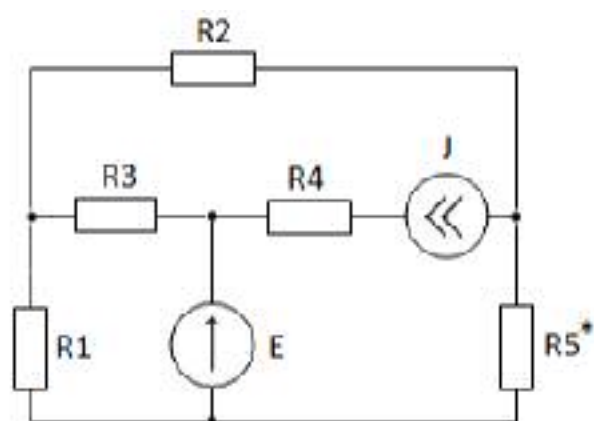


Схема 5

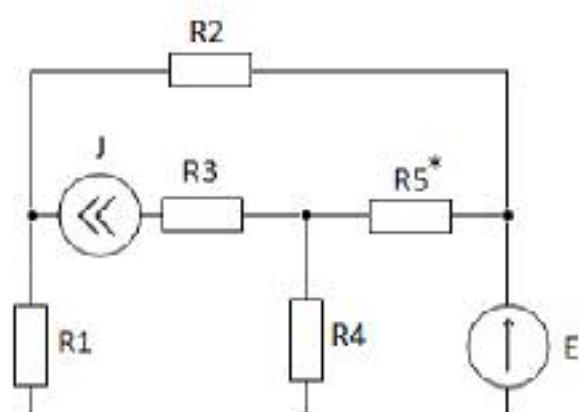


Схема 6

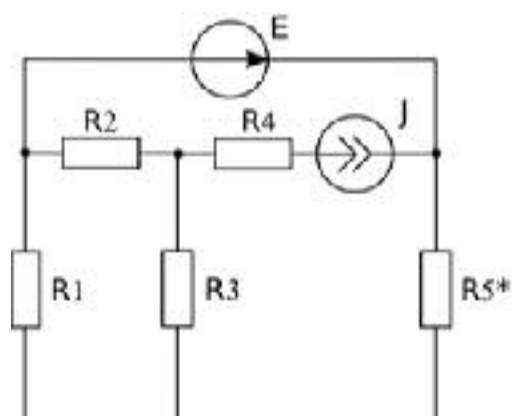


Схема 7

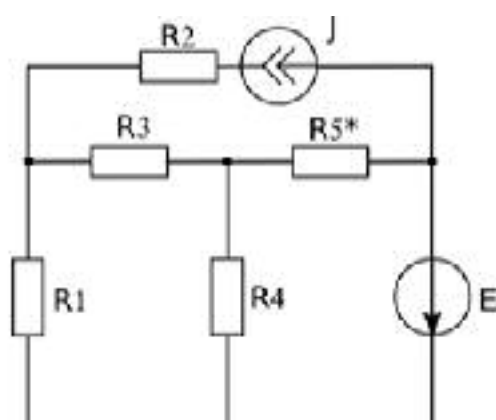


Схема 8

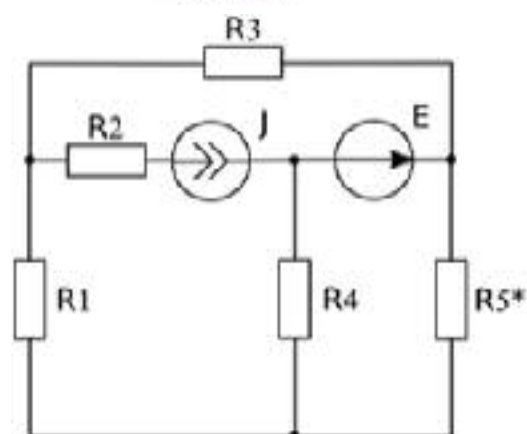


Схема 9

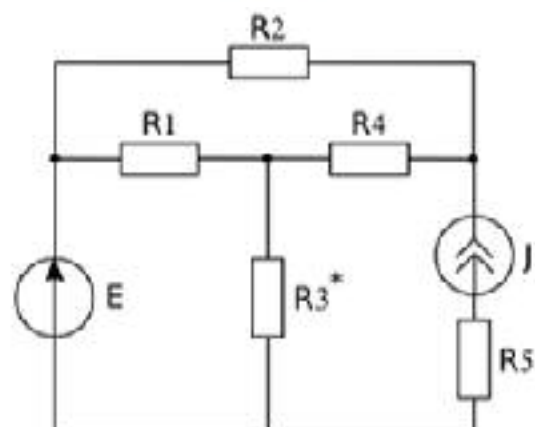


Схема 10

Вихідні данні для задачі №1

	R_1, Ω	R_2, Ω	R_3, Ω	R_4, Ω	R_5, Ω	E, V	J, A
А,П,Э	100	150	120	200	50	40	1
Б,Р,У	50	100	150	120	200	55	1,2
В,С,Ё	200	50	100	150	120	100	2
Г,Т,Ж	50	120	200	100	150	75	0,8
Д,Ф,З	150	120	50	200	100	90	0,7
Е,Ч	100	150	120	200	50	80	1
И,Ш	50	100	150	120	200	95	0,9
К,Щ	200	50	100	150	120	60	0,65
Л,Ц	120	50	200	100	150	85	1,1
Н,Я	200	120	150	50	100	100	1,5
О,Х	100	150	120	200	50	65	0,85
М, Ю	50	100	150	120	200	70	0,75

Задача №2

1. Визначити струми у всіх вітках схеми, методом контурних струмів.
2. Зробити «розв'язку» магнітної зв'язки та визначити струми методом вузлових напруг
3. Скласти баланс потужності.
4. Визначити миттєве значення струмів у всіх вітках кола.

Варіанти схем для задачі №2

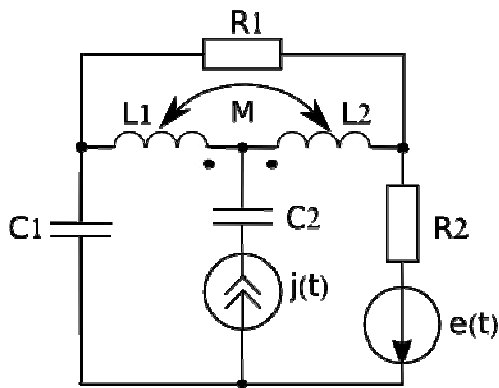


Схема 1

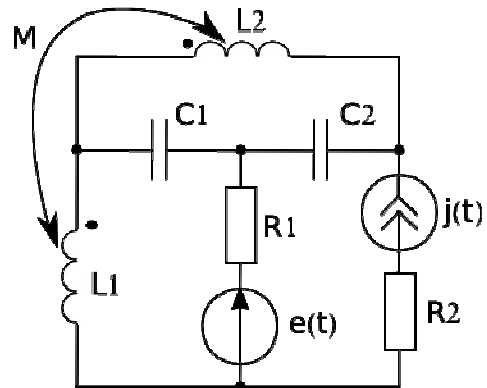


Схема 2

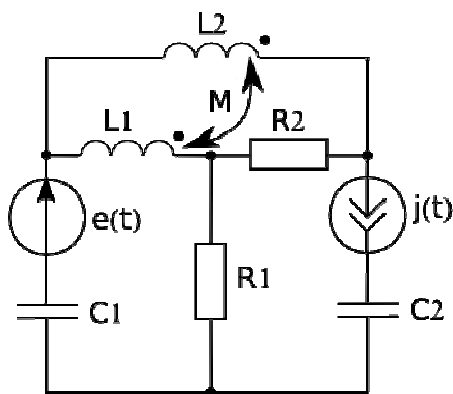


Схема 3

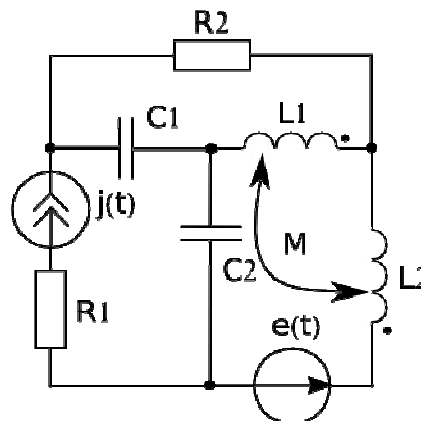


Схема 4

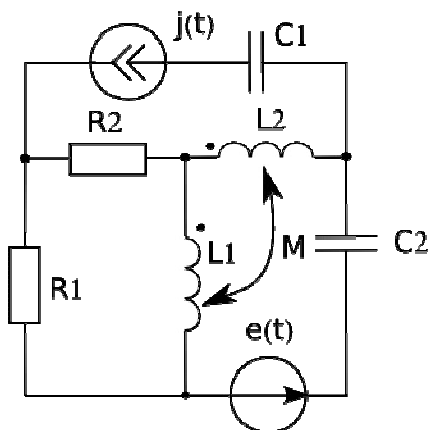


Схема 5

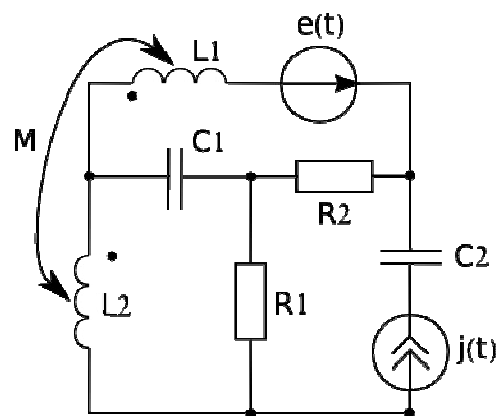


Схема 6

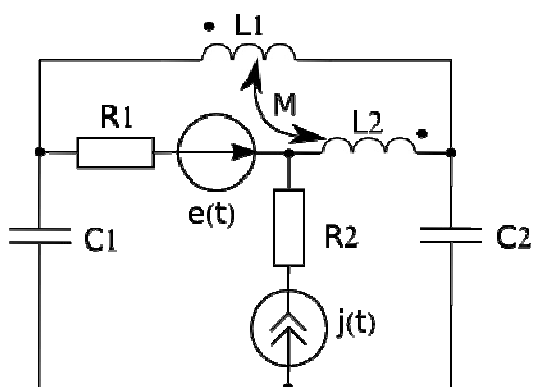


Схема 7

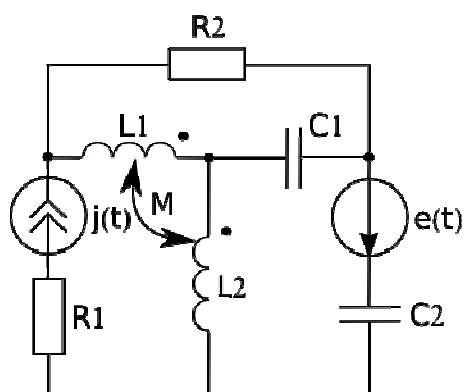


Схема 8

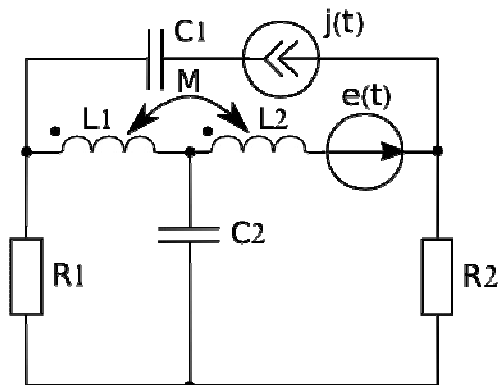


Схема 9

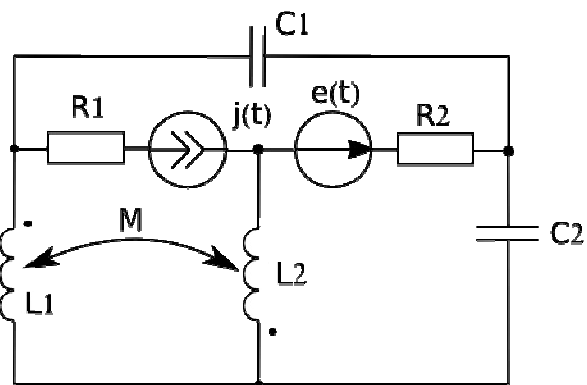


Схема 10

Вихідні данні для задачі №2

	R_1, Ω	R_2, Ω	L_1, mH	L_2, mH	M, mH	$C_1, \mu\text{F}$	$C_2, \mu\text{F}$	E_m, V	J_m, A	φ_e	φ_j	f, Hz
А,П,Э	100	150	32	48	28	32	22	40	1	30	-45	50
Б,Р,У	120	80	38	25	32	28	35	55	1,2	60	90	80
В,С,Ё	200	100	64	32	28	16	30	100	2	45	-120	100
Г,Т,Ж	150	180	48	52	4	22	18	75	0,8	120	60	80
Д,Ф,З	130	200	38	7	3	25	16	80	0,7	90	-30	100
Е,Ч	250	120	7	32	28	14	35	90	1	60	45	80
И,Ш	80	200	28	7	2	35	15	95	0,9	-60	90	100
К,Щ	120	180	38	45	35	28	30	60	0,65	120	80	50
Л,Ц,М	150	130	48	38	3	22	28	85	1,1	30	-60	80
Ю,Н,Я	200	80	64	32	25	16	35	100	1,5	60	45	100
О,Х	100	250	32	64	25	32	16	65	0,85	120	90	80

Контрольна робота №2

1. Визначити закон зміни струму чи напругу на елементі, згідно вибраному варіанту, класичним методом.
2. Визначити закон зміни вільної складової заданої функції операторним методом.
3. Побудувати графік $f(t)$.

(Діюче значення напруги синусоїдального джерела напруги $E=10\text{ V}$;
діюче значення синусоїдального джерела струму $J=1\text{ A}$)

Варіанти схем для контрольної роботи №2

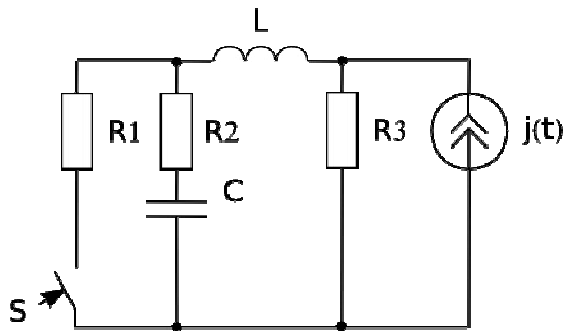


Схема 0

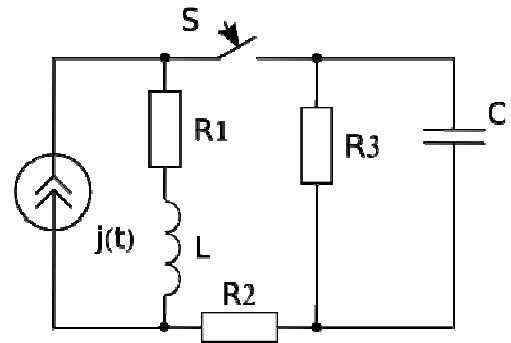


Схема 1

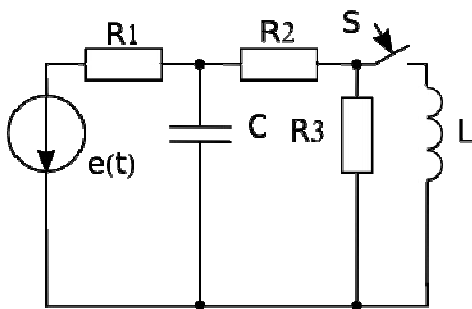


Схема 2

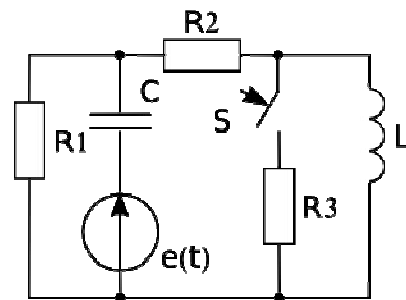


Схема 3

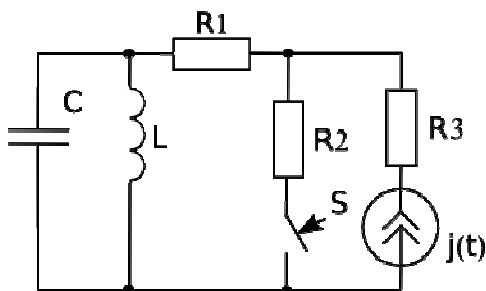


Схема 4

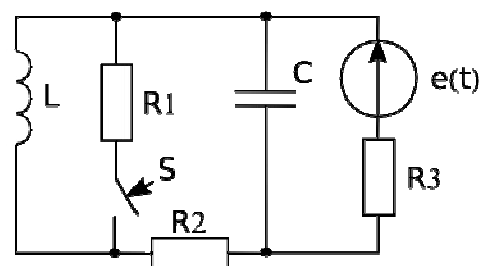


Схема 5

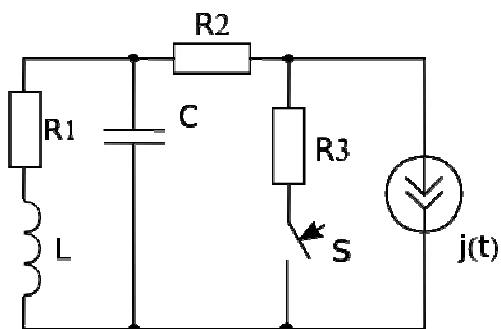


Схема 6

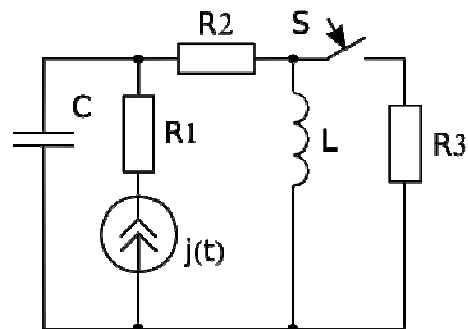


Схема 7

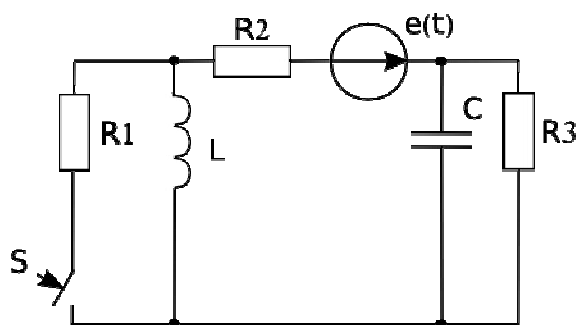


Схема 8

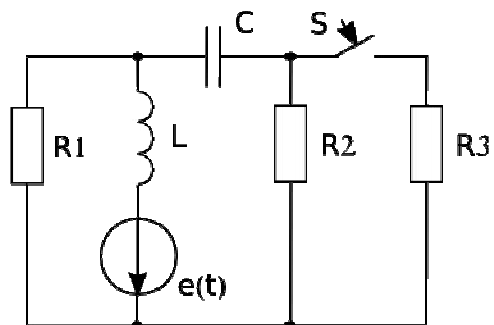


Схема 9

Вихідні данні для контрольної роботи №2

	R_1, Ω	R_2, Ω	R_3, Ω	L, mH	$C, \mu F$	f, Hz	φ	ВИЗНАЧИТИ З-Н ЗМІНИХ
А,Я	10	20	17	22	159	100	45	$i_L(t)$
Б,Ю	20	30	25	32	70	150	30	$u_C(t)$
В,Щ	15	20	22	8	53	200	-30	$i_2(t)$
Г,Ш	50	35	40	30	25	150	60	$u_L(t)$
Д,Ч	12	18	25	63	55	100	-45	$u_{R2}(t)$
Е,Й,Ї	35	20	40	15	16	300	50	$i_C(t)$
Ж,Х	38	40	30	27	13	250	20	$i_L(t)$
З,П,Ф	12	35	27	7	18	400	-50	$u_L(t)$
У,Ц,І	5	12	7	50	320	50	-30	$u_C(t)$
К,Т	40	23	35	25	15	350	40	$i_C(t)$
Л,С	20	18	29	16	28	400	25	$i_2(t)$
М,Р	7	20	13	5	12	600	35	$u_L(t)$
Н,Е	50	25	75	12	13	450	-40	$i_L(t)$
О,Є	14	30	25	6	9	500	45	$u_C(t)$

Приклади розв'язання задач

Задача з контрольної роботи №1

1. Знайти струми в усіх вітках схеми методом контурних струмів.
2. Знайти струми в усіх вітках схеми методом вузлових напруг.
3. Скласти баланс потужностей.
4. Знайти струми у вітці з R^* за методом еквівалентного генератора.
5. Перетворити схему так, щоб за законом Кірхгофа необхідно було скласти два рівняння. Знайти струми у вітках за методом рівнянь Кірхгофа.
6. Побудувати потенціальну діаграму для будь-якого контуру, до якого входить джерело напруги.

Дано:

$$R_1=R_2=R_3=R_4=R_5=R_6=100$$

$$E=20 \text{ V}$$

$$J=4 \text{ A}$$

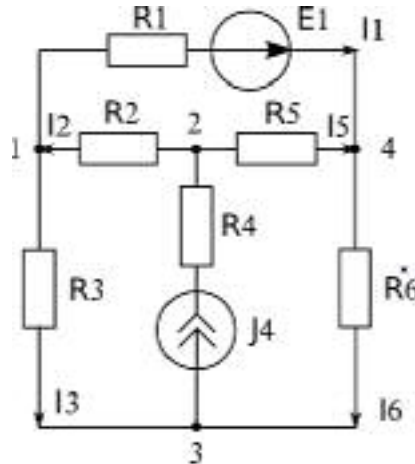


Рис. 1

Розв'язок

Задаємося умовно-позитивним напрямком струмів в вітках. Схема включає 6 віток, 4 вузла та 2 незалежних контури. Вибираємо незалежні контури та складаємо систему рівнянь по методу контурних струмів (дивись рис. 2). До незалежного контуру не повинна входити вітка з джерелом струму J : контур з джерелом струму будемо називати залежним. Контурний струм I_{33} ми вже знаємо: $I_{33} = J = 4 \text{ A}$.

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + R_{13}I_{33} = E_{11} \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + R_{23}I_{33} = E_{22} \end{cases}$$

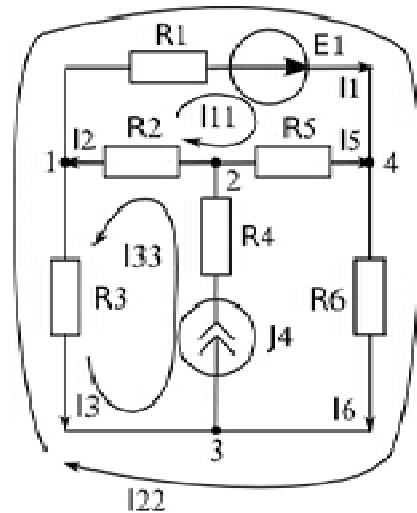


Рис. 2

Знайдемо власні опори контурів:

$$R_{11} = R_1 + R_5 + R_2 = 100 + 100 + 100 = 300 \Omega;$$

$$R_{22} = R_3 + R_4 + R_6 = 100 + 100 + 100 = 300 \Omega;$$

$$R_{33} = R_3 + \infty + R_4 + R_2 \Rightarrow \infty.$$

Знайдемо загальні опори:

$$R_{12} = R_{21} = R_1 = 100 \, \Omega;$$

$$R_{31} = R_{13} = R_2 = 100 \, \Omega;$$

$$R_{23} = R_{32} = -R_3 = -100 \, \Omega;$$

Знайдемо контурні Е.Р.С.:

$$E_{11}=E_1=20 \text{ V}; \quad E_{22}=E_1=20 \text{ V}.$$

Підставляємо числові значення та розв'язуємо систему рівнянь

$$\begin{cases} 300I_{11} + 100I_{22} + 100I_{33} = 20 \\ 100I_{11} + 300I_{22} - 100I_{33} = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 300I_{11} + 100I_{22} = -380 \\ 100I_{11} + 300I_{22} = 420 \end{cases}$$

Розв'язуємо дану систему з допомогою програми “Mathcad” та одержуємо:

$$I_{11} = -1,95 \text{ A};$$

$$I_{22} = 2,05 \text{ A}.$$

Знаючи контурні струми, знаходимо струми в усіх вітках:

$$I_1 = I_{11} + I_{22} \Rightarrow I_1 = -1,95 + 2,05 = 0,1 \text{ A};$$

$$I_2 = I_{11} + I_{33} \Rightarrow I_2 = 2,05 \text{ A};$$

$$I_3 = I_{33} - I_{22} \Rightarrow I_3 = 1,95 \text{ A};$$

$$I_5 = -I_{11} \Rightarrow I_5 = 1,95 \text{ A};$$

$$I_6 = I_{22} \Rightarrow I_6 = 2,05 \text{ A}.$$

2. Визначимо струми у всіх вітках схеми методом вузлових напруг. Приймемо потенціал першого вузла за нуль ($\varphi_1 = 0$). Складемо систему третього порядку.

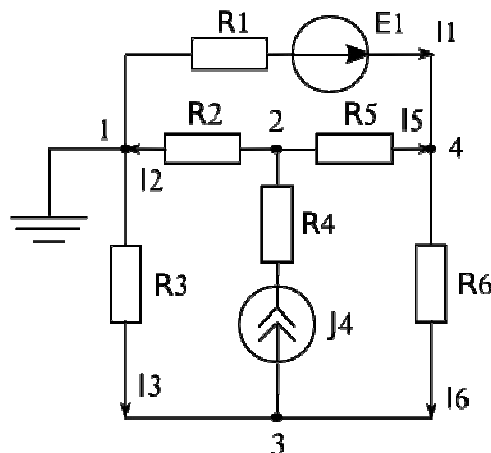


Рис. 3

$$\begin{cases} G_{22}U_{20} - G_{23}U_{30} - G_{24}U_{40} = J_{22} \\ -G_{32}U_{20} + G_{33}U_{30} - G_{34}U_{40} = J_{33} \\ -G_{42}U_{20} - G_{43}U_{30} + G_{44}U_{40} = J_{44} \end{cases}$$

Власні провідності вузлів:

$$G_{22} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_4 + \dot{\Gamma}_{\ddagger}} = \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100 + \dot{\Gamma}_{\ddagger}} = 0,02 \text{ Sm};$$

$$G_{33} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_4 + \dot{\Gamma}_{\ddagger}} = \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100 + \dot{\Gamma}_{\ddagger}} = 0,02 \text{ Sm};$$

$$G_{44} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_1 + 0} = \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100 + 0} = 0,03 \text{ Sm}.$$

Загальні провідності:

$$G_{23} = G_{32} = \frac{1}{R_4 + \dot{\Gamma}_{\ddagger}} = \frac{1}{\dot{\Gamma}_{\ddagger}} \Rightarrow 0 \text{ Sm};$$

$$G_{24} = G_{42} = \frac{1}{R_5} = \frac{1}{100} = 0.01 \text{ Sm};$$

$$G_{34} = G_{43} = \frac{1}{R_6} = \frac{1}{100} = 0.01 \text{ Sm}.$$

Вузлові струми:

$$J_{22} = J_4 = 4 \text{ A};$$

$$J_{33} = -J_4 = -4 \text{ A};$$

$$J_{44} = \frac{E_1}{R_1} = \frac{20}{100} = 0.2 \text{ A}.$$

Підставимо числові значення:

$$\begin{cases} 0.02U_{20} - 0U_{30} - 0.01U_{40} = 4 \\ -0U_{20} + 0.02U_{30} - 0.01U_{40} = -4 \\ -0.01U_{20} - 0.01U_{30} + 0.03U_{40} = 0.2 \end{cases}$$

Розв'язавши дану систему з допомогою програми "Mathcad" отримаємо:

$$U_{20}=205 \text{ V}; \quad U_{30}=-195 \text{ V}; \quad U_{40}=10 \text{ V}.$$

По закону Ома знайдемо струми у вітках:

$$I_1 = \frac{(-U_{40} + E_1)}{R_1} = \frac{(-10 + 20)}{100} = 0.1 \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{U_{20}}{R_2} = \frac{205}{100} = 2.05 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{-U_{30}}{R_3} = \frac{195}{100} = 1.95 \text{ A};$$

$$I_5 = \frac{(U_{20} - U_{40})}{R_5} = \frac{(205 - 10)}{100} = 1.95 \text{ A};$$

$$I_6 = \frac{(U_{40} - U_{30})}{R_6} = \frac{(10 - (-195))}{100} = 2.05 \text{ A}.$$

Складемо баланс потужностей : $P_r = P_{\Pi}$

Знайдемо напругу на джерелі струму, склавши рівняння за другим законом Кірхгофа :

$$I_3 R_3 - U_{J4} + J_4 R_4 + I_2 R_2 = 0;$$

$$U_{J4} = I_3 R_3 + I_4 R_4 + I_2 R_2 = 1.95 \cdot 100 + 4 \cdot 100 + 2.05 \cdot 100 = 195 + 400 + 205 = 800 \text{ V}.$$

Знайдемо потужність, що споживається:

$$P_{\Pi} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 + R_6 I_6^2 = 100(0.1^2 + 2.05^2 + 1.95^2 + 4^2 + 1.95^2 + 2.05^2) = 3202 \text{ W}.$$

Знайдемо потужність, що генерується:

$$P_r = I_1 E_1 + U_{J4} J_4 = 0.1 \cdot 20 + 800 \cdot 4 = 2 + 3200 = 3202 \text{ W}.$$

Знайдемо струм I_6 методом еквівалентного джерела:

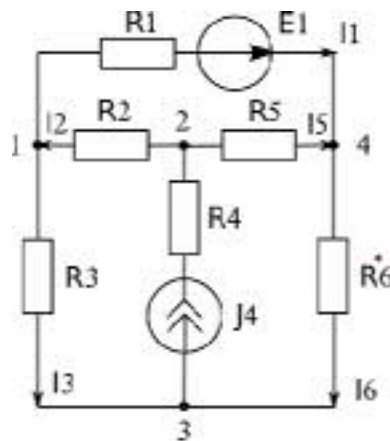


Рис. 4

$$I_6 = \frac{U_{np43}}{R_{BX} + R_6};$$

Видаляємо зі схеми резистор R_6 (Рис. 5)

Щоб знайти напругу неробочого режиму U_{np43} необхідно спочатку знайти I_1 .

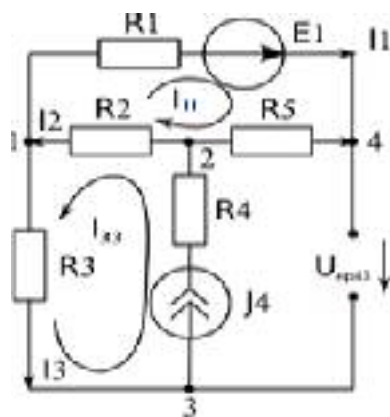


Рис. 5

Скористаємося методом контурних струмів:

$$R_{11}I_{11} + R_{13}I_{33} = E_{11};$$

$$I_{33} = J_4 = 4 \text{ A};$$

$$R_{11} = R_1 + R_2 + R_5 = 100 + 100 + 100 = 300 \Omega;$$

$$R_{13} = R_2 = 100 \Omega; \quad E_{11} = E_1 = 20 \text{ V};$$

$$I_{11} = \frac{E_{11} - E_{13}J}{R_{11}} = \frac{20 - 100 \cdot 4}{300} = -1.2667 \text{ A}.$$

Складаємо рівняння по другому закону Кірхгофа та знаходимо напругу неробочого режиму:

$$U_{np34} = J_4 R_3 - R_1 I_1 + E_1 = 4 \cdot 100 - 100 \cdot (-1.2666) + 20 = 400 + 126.66 + 20 = 546.66 \text{ V}$$

Знайдемо R_{BX} . (вилучивши зі схеми всі джерела, а на їх місце підставивши їх внутрішній опір) Рис. 6

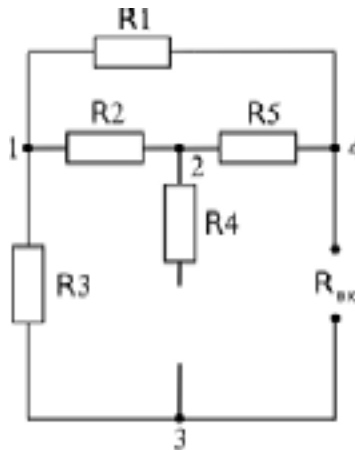


Рис. 6

$$R_{BX} = R_3 + \frac{R_1(R_2 + R_5)}{R_1 + R_2 + R_5} = 100 + \frac{100(100 + 100)}{100 + 100 + 100} = 100 + \frac{20000}{300} = 100 + 66.66 = 166.66 \Omega.$$

Тоді підставивши числові значення, знайдемо I_6 :

$$I_6 = \frac{U_{np43}}{R_{BX} + R_6} = \frac{546.66}{266.66} = 2.05 \text{ A}.$$

4. Перетворимо джерело напруги E_1 та резистор R_1 в джерело струму J_1 та R_1 (рис. 7).

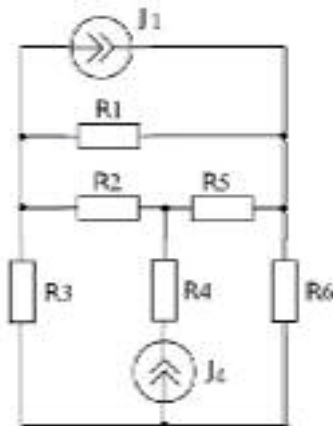


Рис.7

$$J_1 = \frac{E_1}{R_1} = \frac{20}{100} = 0.2 \text{ A}.$$

Тепер ми маємо можливість перетворити трикутник $R_1 R_2 R_5$ в зірку $R_{12} R_{15} R_{25}$ (рис. 8).

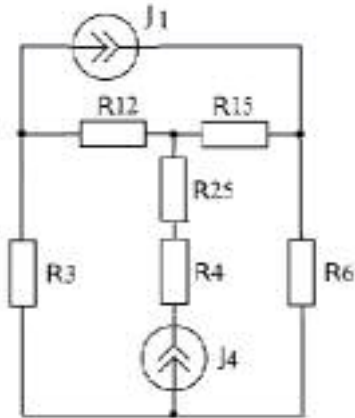


Рис.8

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{100 \cdot 100}{300} = 33.3 \, \Omega;$$

$$R_{15} = \frac{R_1 R_5}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{100 \cdot 100}{300} = 33.3 \, \Omega;$$

$$R_{25} = \frac{R_2 R_5}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{100 \cdot 100}{300} = 33.3 \, \Omega.$$

Рознесемо джерело струму J_1 на резистори R_{12} та R_{15} (рис. 9).

Перетворимо джерела струмів в джерела напруг E_2 та E_3 (рис. 10).

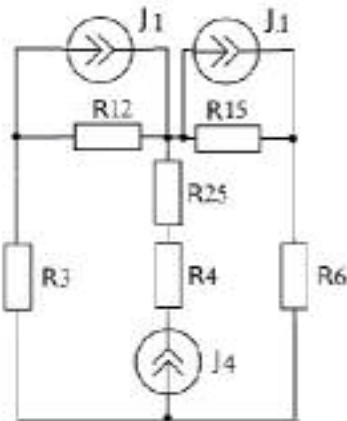


Рис.9

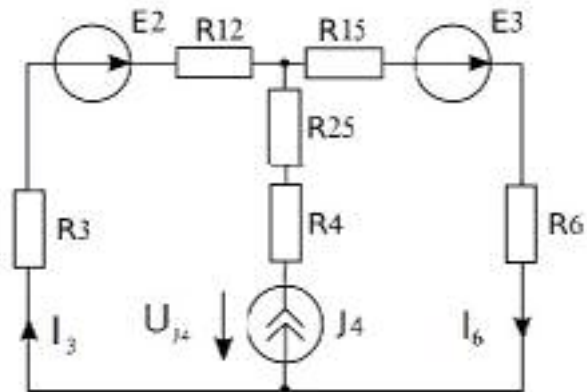


Рис.10

$$E_2 = R_{12} \cdot I_1 = 33,33 \cdot 0,2 = 6,66 \, \text{V}; \quad E_3 = R_{15} \cdot I_1 = 33,33 \cdot 0,2 = 6,66 \, \text{V}.$$

Таким чином ми отримали коло в якому невідомі два струми.

Задамося умовно-додатніми напрямками струмів в вітках, та складемо рівняння за законами Кірхгофа:

$$\begin{cases} I_3 + I_4 - I_6 = 0 \\ (R_3 + R_{12})I_3 + (R_5 + R_{15})I_6 = E_2 + E_3 \end{cases}$$

Виразимо I_3 з першого рівняння та підставимо в друге:

$$I_3 = I_6 - J_4;$$

$$(100 + 33,3) \cdot (I_6 - 4) + (100 + 33,3) \cdot I_6 = 6,66 + 6,66 = 13,32;$$

$$I_6 = \frac{13,32 + 4 \cdot 133,3}{133,3 + 133,3} = 2,05 \, \text{A}.$$

Струм I_6 , знайдений всіма методами, однаковий.

Знайдемо струм I_3 :

$$I_3 = I_6 - J_4 = 2,05 - 4 = -1,95 \, \text{A}.$$

Знайдемо напругу на джерелі струму, склавши рівняння за другим законом

Кірхгофа:

$$U_{J_4} = (R_4 + R_{25}) \cdot J_4 + (R_{15} + R_6) \cdot I_6 - E_3 = (100 + 33,3) \cdot 4 + (100 + 33,3) \cdot 2,05 - 20 = 786,465 \text{ V}.$$

Складемо баланс потужності.

Потужність, що генерується:

$$P_{\text{Г}} = E_2 \cdot I_3 + E_3 \cdot I_6 + U_{J_4} \cdot I_4 = 6,66 \cdot (-1,95) + 6,66 \cdot 2,05 + 786,465 \cdot 4 = 3269,4 \text{ W}.$$

Потужність, що споживається:

$$P_{\text{І}} = I_3^2 (R_3 + R_{12}) + J_4^2 (R_4 + R_{25}) + I_6^2 (R_6 + R_{15}) =$$

$$= 1,95^2 (100 + 33,3) + 4^2 (100 + 33,3) + 2,05^2 (100 + 33,3) = 3199,87 \text{ W}.$$

Розрахуємо відносну похибку: W

$$\delta_p = \pm \frac{P_{\text{Г}} - P_{\text{І}}}{P_{\text{Г}}} \cdot 100\% = \pm \frac{3269,4 - 3199,87}{3269,4} \cdot 100\% = \pm 2,12\%.$$

Побудуємо потенціальну діаграму для зовнішнього контуру (рис. 11).

Прийmemo потенціал першого вузла за нуль.

$$\varphi_1 = 0;$$

$$\varphi_5 = \varphi_1 - R_1 \cdot I_1 = 0 - 100 \cdot 0,1 = -10 \text{ V};$$

$$\varphi_4 = \varphi_5 + E_1 = 0 - 10 + 20 = 10 \text{ V};$$

$$\varphi_3 = \varphi_4 - R_6 \cdot I_6 = 10 - 100 \cdot 2,05 = -195 \text{ V};$$

$$\varphi_1 = \varphi_3 + R_3 \cdot I_3 = -195 + 100 \cdot 1,95 = 0.$$

$$\text{Знайдемо } R_{\Sigma} = R_1 + R_6 + R_3 = 100 + 100 + 100 = 300 \Omega.$$



Рис.11

Приклад розв'язку задачі №2

1. Визначити струми у всіх вітках кола методом контурних струмів.
2. Зробити «розв'язку» магнітного зв'язку та визначити струми методом вузлових напруг.
3. Скласти баланс потужностей.
4. Визначити миттєві значення всіх струмів.

Початкові дані

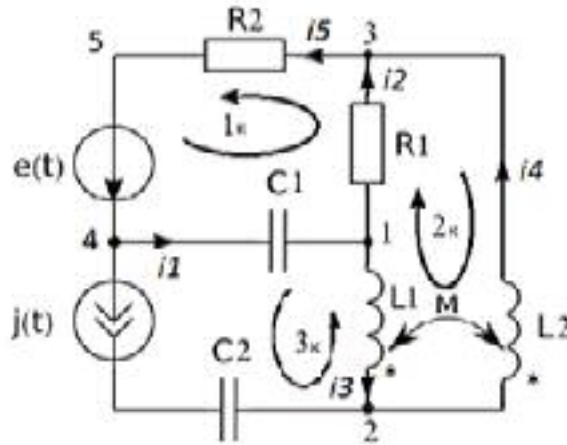


Рис. 1

$$\begin{aligned}
 L_1 &= 0.1 \text{ H}, & L_2 &= 0.25 \text{ H}, & M &= 0.05 \text{ H}, \\
 C_1 &= 100 \mu\text{F}, & C_2 &= 100 \mu\text{F}, & f &= 50 \text{ Hz}, \\
 R_1 &= 100 \Omega, & R_2 &= 50 \Omega, \\
 j(t) &= 2\sin(\omega t - 30^\circ) \text{ A}, \\
 e(t) &= 2\sin(\omega t + 60^\circ) \text{ V}.
 \end{aligned}$$

Задамося умовно-додатнім напрямком струмів в вітках. Перейдемо від миттєвого значення напруги та струму до комплексу діючого:

$$\begin{aligned}
 \dot{E} &= \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_e} = \frac{2}{\sqrt{2}} e^{j60^\circ} = (0.7071 + j1.2247) \text{ V}, \\
 \dot{J} &= \frac{J_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_j} = \frac{2}{\sqrt{2}} e^{-j30^\circ} = (1.2247 - j0.707) \text{ A}.
 \end{aligned}$$

Визначимо реактивний опір та кутову частоту:

$$\begin{aligned}
 \omega &= 2\pi f = 6.28 \cdot 50 = 314 \text{ rad/s}; \\
 X_{C1} &= \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{314 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = 31.847 \Omega; \\
 X_{C2} &= \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{314 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = 31.847 \Omega; \\
 X_{L1} &= \omega L_1 = 314 \cdot 0.1 = 31.4 \Omega; \\
 X_{L2} &= \omega L_2 = 314 \cdot 0.25 = 78.5 \Omega; \\
 X_M &= \omega M = 314 \cdot 0.05 = 15.7 \Omega.
 \end{aligned}$$

Дане коло має два незалежних контури та один залежний, струм в якому вже відомий. Складемо рівняння за методом контурних струмів.

Тоді:

$$\begin{cases} \underline{Z}_{11}\dot{I}_{11} + \underline{Z}_{12}\dot{I}_{22} + \underline{Z}_{13}\dot{I}_{33} = \dot{E}_{11} \\ \underline{Z}_{21}\dot{I}_{11} + \underline{Z}_{22}\dot{I}_{22} + \underline{Z}_{23}\dot{I}_{33} = \dot{E}_{22} \end{cases}$$

$$\dot{I}_{33} = \dot{J} = (1.2247 - j0.7071) \text{ A.}$$

Комплекси повних власних опорів:

$$\underline{Z}_{11} = R_1 + R_2 - jX_{Cl} = 100 + 50 - j31.847 = (150 - j31.847) \Omega;$$

$$\underline{Z}_{22} = R_1 + jX_{Ll} + jX_{L2} - j2X_M = 100 + j31.4 + j78.5 - j2 \cdot 15.7 = (100 + j78.5) \Omega.$$

Комплекси повних загальних опорів:

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} = R_1 = 100 \Omega;$$

$$\underline{Z}_{13} = -(-jX_{Cl}) = j31.847 \Omega;$$

$$\underline{Z}_{23} = jX_{Ll} - jX_M = j31.4 - j15.7 = j15.7 \Omega.$$

Комплекси діючих значень контурних ЕРС:

$$\dot{E}_{11} = \dot{E} = (0.7071 + j1.2247) \text{ V};$$

$$\dot{E}_{22} = 0 \text{ V}.$$

Після підстановки числових значень система матиме вигляд:

$$\begin{cases} (150 - j31.847)\dot{I}_{11} + 100\dot{I}_{22} + j31.847(1.2247 - j0.7071) = 0.7071 + j1.2247 \\ 100\dot{I}_{11} + (100 + j78.5)\dot{I}_{22} + j15.7(1.2247 - j0.7071) = 0 \end{cases}$$

Розв'язавши дану систему отримаємо контурні струми:

$$\dot{I}_{11} = (-0.12638 - j0.33088) \text{ A};$$

$$\dot{I}_{22} = (0.076828 + j0.078287) \text{ A}.$$

Знаючи комплекси діючого значення контурних струмів, визначимо комплекси діючих значень струмів в вітках:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{33} = -0.1264 - j0.3309 - 1.2247 + j0.7071 = -1.3511 + j0.3762 = 1.4025e^{j164.44} \text{ A};$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{11} + \dot{I}_{22} = -0.1264 - j0.3309 + 0.0768 + j0.07829 = -0.0768 - j0.25261 = 0.26403e^{j253} \text{ A};$$

$$\dot{I}_3 = -\dot{I}_{22} - \dot{I}_{33} = -0.0768 + j0.07829 - 1.2247 + j0.7071 = -1.3015 + j0.6288 = 1.4454e^{j154.21} \text{ A};$$

$$\dot{I}_4 = -\dot{I}_{22} = -0.0768 - j0.07829 = 0.1097e^{j225.5} \text{ A};$$

$$\dot{I}_5 = \dot{I}_{11} = -0.1264 - j0.3309 = 0.3542e^{j249.1} \text{ A}.$$

Перевіримо виконання балансу потужностей. Визначимо напругу на джерелі струму, склавши рівняння за другим законом Кірхгофа.

$$\begin{aligned} -jX_{cl}\dot{I}_1 + jX_{Ll}\dot{I}_3 - jX_M\dot{I}_{L1} - (-jX_{C2})\dot{J}_1 + \dot{U}_J &= 0; \\ \dot{U}_J &= +j31.847(-1.3511 + j0.3762) - j31.4(-1.3015 + j0.6288) + \\ &+ j15.7(-0.0768 - j0.07829) - j31.847(1.2247 - j0.7071) = \\ &= (-13.526 - j42.37) = 44.477e^{j252.3}. \end{aligned}$$

Комплекс повної потужності, що генерується:

$$\begin{aligned}\tilde{S}_{\tilde{A}} &= \dot{E}I_5^* + \dot{U}_J J^* = (0.7071 + j1.2247)(-0.1264 + j0.3309) + \\ &+ (-13.526 - j42.37)(1.2247 + j0.7071) = (12.9 - j61.376) \text{ V} \cdot \text{A}.\end{aligned}$$

$$P_r = 12,9 \text{ W}; \quad Q_r = -61.376 \text{ Var}.$$

Та комплекс повної потужності навантаження:

$$\begin{aligned}\tilde{S}_{np} &= I_5^2 R_2 + I_2^2 R_1 + (-jX_{c1})I_1^2 + (-jX_{c2})J^2 + (jX_{41}\tilde{I}_3 - jX_{M4})\tilde{I}_3 + (jX_{42}\tilde{I}_4 - jX_{M5})\tilde{I}_4 = \\ &= 0.3542^2 \cdot 50 + 0.264^2 \cdot 100 - j31.847 \cdot 1.4025^2 - j31.847 \cdot 1.414^2 + j31.4 \cdot 1.445^2 - \\ &- j15.7(-0.0768 - j0.07829)(-1.3015 - j0.6288) + j78.5 \cdot 0.11^2 - \\ &- j15.7(-1.3015 + j0.6288)(-0.0768 + j0.07829) = (13.242 - j61.398) \text{ V} \cdot \text{A};\end{aligned}$$

$$P_{np} = 13,242 \text{ W}; \quad Q_{np} = -61.398 \text{ Var};$$

Визначимо відносну похибку розрахунку:

$$\delta_p = \pm \frac{P_{\tilde{A}} - P_I}{P_{\tilde{A}}} \cdot 100\% = \pm \frac{12,9 - 13,242}{13,242} \cdot 100\% = \pm 2,58\%;$$

$$\delta_q = \pm \frac{Q_{\tilde{A}} - Q_I}{Q_{\tilde{A}}} \cdot 100\% = \pm \frac{61.376 - 61.398}{61.398} \cdot 100\% = \pm 0.036\%.$$

Зробимо “розв’язку” магнітного зв’язку (Рис. 2):

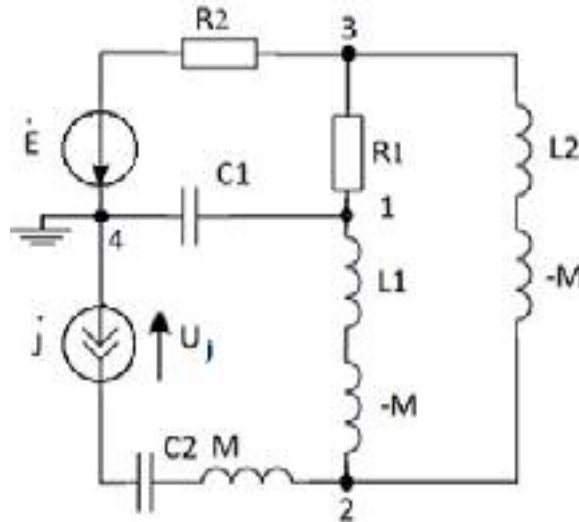


Рис. 2

Визначимо струми у вітках методом вузлових напруг. Прийнемо четвертий вузол за базовий, тоді:

$$\begin{cases} \underline{Y}_{11}\dot{U}_{10} - \underline{Y}_{12}\dot{U}_{20} - \underline{Y}_{13}\dot{U}_{30} = \underline{J}_{11} \\ -\underline{Y}_{21}\dot{U}_{10} + \underline{Y}_{22}\dot{U}_{20} - \underline{Y}_{23}\dot{U}_{30} = \underline{J}_{22} \\ -\underline{Y}_{31}\dot{U}_{10} - \underline{Y}_{32}\dot{U}_{20} + \underline{Y}_{33}\dot{U}_{30} = \underline{J}_{33} \end{cases}$$

Комплекси повних власних провідностей:

$$\begin{aligned}\underline{Y}_{11} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{-jX_{C1}} + \frac{1}{jX_{L1} - jX_M} = \frac{1}{100} + \left(\frac{1}{-j31,847} \right) + \left(\frac{1}{j(31,4 - 15,7)} \right) = \\ &= (0,01 - j0,0323) \text{ Sm}\end{aligned}$$

$$\underline{Y}_{22} = \frac{1}{j(X_{L2} - X_M)} + \frac{1}{j(X_{L1} - X_M)} = \left(\frac{1}{j(78,5 - 15,7)} \right) + \left(\frac{1}{j(31,4 - 15,7)} \right) = -j0,07962 \text{ Sm};$$

$$\underline{Y}_{33} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{j(X_{L2} - X_M)} = \frac{1}{100} + \frac{1}{50} + \frac{1}{j15.7} = (0.03 - j0.06369) \text{ Sm.}$$

та загальних провідностей:

$$\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21} = \frac{1}{jX_{L1} - jX_M} = \frac{1}{j(31.4 - 15.7)} = -j0.06369 \text{ Sm;}$$

$$\underline{Y}_{13} = \underline{Y}_{31} = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{100} = 0.01 \text{ Sm;}$$

$$\underline{Y}_{23} = \underline{Y}_{32} = \frac{1}{j(X_{L2} - X_M)} = \frac{1}{j(78.5 - 15.7)} = -j0.01592 \text{ Sm.}$$

Комплекси вузлових струмів:

$$\underline{J}_{11} = 0; \quad \underline{J}_{22} = \underline{J} = (1.2247 - j0.7071) \text{ A;}$$

$$\underline{J}_{33} = -\frac{\underline{E}}{R_2} = \frac{-0.7071 - j1.2247}{50} = (-0.01414 - j0.02449) \text{ A.}$$

Підставимо числові значення коефіцієнтів у систему:

$$\begin{cases} (0.01 - j0.0323)\dot{U}_{10} + j0.06369\dot{U}_{20} - 0.01\dot{U}_{30} = 0 \\ + j0.06369\dot{U}_{10} + (-j0.07959)\dot{U}_{20} + j0.0159\dot{U}_{30} = 1.2247 - j0.7071 \\ -0.01\dot{U}_{10} + j0.0159\dot{U}_{20} + (0.03 - j0.06369)\dot{U}_{30} = -0.01414 - j0.02449 \end{cases}$$

Розв'язавши дану систему отримаємо:

$$\dot{U}_{10} = (-11.98 - j43.051) \text{ V;}$$

$$\dot{U}_{20} = (-2.167 - j22.61) \text{ V;}$$

$$\dot{U}_{30} = (-7.029 - j17.778) \text{ V.}$$

Визначимо струми у вітках:

$$\underline{I}_1 = \frac{-\dot{U}_{10}}{-jX_{C1}} = \frac{11.98 + j43.051}{j31.847} = -1.352 + j0.3761 = 1.403e^{j164.5} \text{ A;}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\dot{U}_{10} - \dot{U}_{30}}{R_1} = \frac{-11.98 - j43.051 + 7.029 + j17.778}{100} = -0.0495 - j0.2527 = 0.2575e^{j258.9} \text{ A;}$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\dot{U}_{10} - \dot{U}_{20}}{j(X_{L1} - X_M)} = \frac{-11.98 - j43.051 + 2.167 + j22.61}{j(31.4 - 15.7)} = -4.182 + j0.625 = 4.229e^{j171.5} \text{ A;}$$

$$\underline{I}_4 = \frac{\dot{U}_{20} - \dot{U}_{30}}{jX_{L2} - jX_M} = \frac{-2.167 - j22.61 + 7.029 + j17.778}{j(78.5 - 15.7)} = -0.0769 - j0.0774 = 0.1091e^{j225.2} \text{ A;}$$

$$\underline{I}_5 = \frac{\dot{U}_{30} + \underline{E}}{R_2} = \frac{-7.029 - j17.778 + 0.7071 + j1.2247}{50} = -0.1264 - j0.331 = 0.354e^{j249.1} \text{ A.}$$

Перейдемо від комплексу діючого значення струмів до миттєвого:

$$i_1 = I_1 \sqrt{2} \sin(\omega t - \psi_{i_1}) = 1.403\sqrt{2} \sin(314t + 164.5) \text{ A;}$$

$$i_2 = 0.2575\sqrt{2} \sin(314t + 258.9) \text{ A;}$$

$$i_3 = 4.229\sqrt{2} \sin(314t + 171.5) \text{ A;}$$

$$i_4 = 0.1091\sqrt{2} \sin(314t + 225.2) \text{ A;}$$

$$i_5 = 0.354\sqrt{2} \sin(314t + 249.1) \text{ A.}$$

Приклад розв'язування задачі до контрольної роботи № 2

1. Визначити закон зміни струму чи напругу на елементі, згідно вибраному варіанту, класичним методом.
2. Визначити закон зміни вільної складової заданої функції операторним методом.
3. Побудувати графік $f(t)$.

Початкові дані

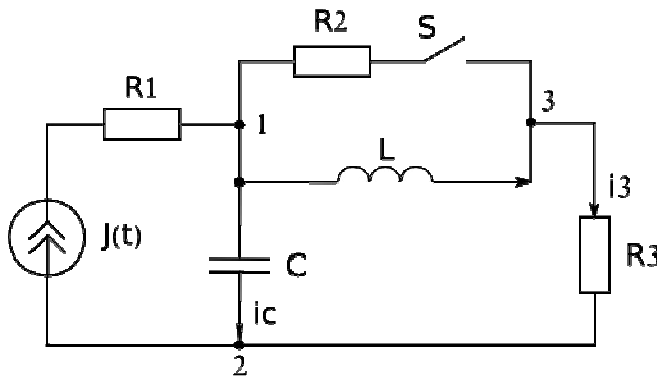


Рис. 1

$$j(t) = 2\sin(\omega t + 30^\circ) \text{ A},$$

$$C = 31.847 \cdot 10^{-6} \text{ F},$$

$$L = 159 \cdot 10^{-3} \text{ H},$$

$$f = 50 \text{ Hz},$$

$$R_1 = 100 \text{ } \Omega,$$

$$R_2 = 50 \text{ } \Omega,$$

$$R_3 = 200 \text{ } \Omega.$$

Знайти: $u_c(t)$ – ?

Розв'язання

Класичний метод

$$u_c(t) = u_{c \text{ вим}}(t) + u_{c \text{ віль}}(t);$$

Знайдемо вимушену складову напруги

Перейдемо від миттєвого значення струму джерела до комплексу амплітудного

$$\dot{J} = 2e^{j30} = (1.7321 + j0.99997) \text{ A}$$

Знайдемо реактивний опір конденсатора та котушки

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2 \cdot 3.14 \cdot 159 \cdot 10^{-3} = 50 \text{ } \Omega;$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{3.14 \cdot 31.847 \cdot 10^{-6}} = 100 \text{ } \Omega.$$

Знайдемо комплекс повного опору відносно затискачів 1-2

$$\underline{Z}_{12} = \frac{-jX_C \left(R_3 + \frac{R_2 jX_L}{R_2 + jX_L} \right) - j100 \cdot \left(200 + \frac{50 \cdot j50}{50 + j50} \right)}{-jX_C + R_3 + \frac{R_2 jX_L}{R_2 + jX_L} - j100 + 200 + \frac{50 \cdot j50}{50 + j50}} = (40 - j86.67) \text{ } \Omega.$$

Тоді напруга на затискачах 1-2 дорівнює:

$$\dot{U}_{12m} = \dot{J}_m \frac{-jX_C \left(R_3 + \frac{R_2 jX_L}{R_2 + jX_L} \right) - j100 \cdot \left(200 + \frac{50 \cdot j50}{50 + j50} \right)}{-jX_C + R_3 + \frac{R_2 jX_L}{R_2 + jX_L} - j100 + 200 + \frac{50 \cdot j50}{50 + j50}} = 2e^{j30} \frac{-j100 \cdot \left(200 + \frac{50 \cdot j50}{50 + j50} \right)}{-j100 + 200 + \frac{50 \cdot j50}{50 + j50}} =$$

$$= 2e^{j30} (40 - j86,67) = 155,95 - j110,12 = 190,91e^{-j35,227} V.$$

Перейдемо від комплексу амплітудного значення до миттєвого

$$u_{12}(t) = u_{C_{вим}}(t) = 190,91 \sin(\omega t - 35,227^\circ) V;$$

$$u_{12_{вим}}(0) = -110,120195 V.$$

Знайдемо вільну складову напруги $u_{C_{вил}}(t)$.

Складемо характеристичне рівняння та знайдемо його корені.

Скористаємося спрощеним методом складання характеристичного рівняння через вхідний опір. Для після комутаційного кола, видаливши джерело струму на його місце поставимо його внутрішній опір, розірвемо вітку там де знаходиться конденсатор та запишемо комплекс повного опору відносно розриву.

$$Z(j\omega) = R_3 + \frac{1}{j\omega C} + \frac{R_2 j\omega L}{R_2 + j\omega L}.$$

Замінімо $j\omega$ на α та прирівняємо $Z(\alpha)$ до нуля, тоді:

$$Z(\alpha) = R_3 + \frac{1}{\alpha C} + \frac{R_2 \alpha L}{R_2 + \alpha L} = 0;$$

$$\alpha^2 LC(R_2 + R_3) + \alpha(L + CR_2 R_3) + R_2 = 0;$$

$$\alpha^2 \cdot 159 \cdot 31,847 \cdot 10^{-9} (200 + 50) + \alpha(0,159 + 31,847 \cdot 200 \cdot 50 \cdot 10^{-6}) + 50 = 0;$$

$$\alpha_{1,2} = -125,788 \pm j153,867 = \delta \pm j\omega_0.$$

Так як корені характеристичного рівняння комплексно-спряжені, то вигляд вільної складової такий

$$u_{C_{вил}}(t) = Ae^{\delta t} \sin(\omega_0 t + \psi) V.$$

За законами комутації струм в котушці та напруга на конденсаторі стрибком змінитися не можуть, тому:

$$u_C(0) = u_C(0-); \quad i_L(0) = i_L(0-);$$

Розглянемо докомутаційну схему та визначимо комплекс амплітудного значення напруги на конденсаторі та струм в котушці:

$$\dot{U}_{m12} = \dot{J}_m \left(\frac{(-jX_c(R_3 + jX_L))}{(R_3 + jX_L - jX_c)} \right) = (1,7321 + j0,99997) \frac{(-j100(200 + j50))}{(200 + j50 - j100)} =$$

$$= 169,74 - j105,77 = 200e^{-j31,928} V;$$

$$\dot{I}_{Lm} = \dot{J}_m \frac{-jX_c}{R_3 + jX_L - jX_c} = (1,7321 + j0,99997) \frac{-j100}{(200 + j50 - j100)} =$$

$$= 0,67436 - j0,69746 = 0,97016e^{-j45,965} A.$$

Запишемо миттєве значення напруги на конденсаторі та струму в котушці:

$$u_C(t) = 200 \sin(\omega t - 31,928) V;$$

$$u_C(0-) = -105,77063 V;$$

$$i_L(t) = 0,97016 \sin(\omega t - 45,965) A;$$

$$i_L(0-) = -0,697463 A.$$

Для знаходження початкових умов складемо рівняння за законами Кірхгофа:

$$\begin{cases} j(0) = i_C(0) + i_L(0) + i_2(0) \\ i_2(0) + i_L(0) - i_3(0) = 0 \\ R_2 i_2(0) + R_3 i_3(0) - u_C(0) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} i_2(0) &= i_3(0) - i_L(0); \\ R_2(i_3(0) - i_L(0)) + R_3 i_3(0) &= u_C(0) \end{aligned}$$

$$i_3(0) = \frac{u_C(0) + R_2 i_L(0)}{R_2 + R_3} = \frac{-105.77063 + 50(-0.697463)}{50 + 200} = -0.562575 \text{ A};$$

$$i_2(0) = -0.562575 + 0.697463 = 0.134888 \text{ A};$$

$$i_C(0) = j(0) - i_L(0) - i_2(0) = 1.4142 + 0.697463 - 0.134888 = 1.976776 \text{ A};$$

$$\text{де } j(0) = 2\sin 30 = 1.4142 \text{ A};$$

Знайдемо похідну

$$\left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i_C(0)}{C} = \frac{1.976776}{31.847} \cdot 10^6 = 62071.927 \text{ V/S};$$

та

$$\left. \frac{du_{C_{\text{вум}}}}{dt} \right|_{t=0} = \omega U_{mc} \cos \psi_u = 2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 190.91 \cos(-35.227) = 48968.0667 \text{ V/S};$$

Нарешті, визначаємо сталі інтегрування:

$$\begin{cases} u_C(0) = u_{C_{\text{вим}}}(0) + A \sin \psi \\ \left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t=0} = \left. \frac{du_{C_{\text{вим}}}}{dt} \right|_{t=0} + \delta A \sin \psi + \omega_0 A \cos \psi \end{cases}$$

$$A \sin \psi = u_C(0) - u_{C_{\text{вим}}}(0) = -105.77063 + 110.120195 = 4.349565 \text{ V};$$

$$\begin{aligned} A \cos \psi &= \frac{\left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t=0} - \left. \frac{du_{C_{\text{вим}}}}{dt} \right|_{t=0} - \delta A \sin \psi}{\omega_0} = \\ &= \frac{62071.9627 - 48968.0667 + 125.788 \cdot 4.349565}{153.867} = 88.72 \text{ V}; \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{A \sin \psi}{A \cos \psi} = \frac{4.349565}{88.72} = 0.049;$$

$$\psi = \operatorname{arctg}(0.049) = 2.8^\circ;$$

$$A = \frac{u_C(0) - u_{C_{\text{вим}}}(0)}{\sin \psi} = \frac{4.3496}{\sin 2.8} = 89.04 \text{ V}.$$

Остаточного маємо:

$$u_C(t) = 190.91 \sin(314t - 35.227^\circ) + 89.04 e^{-125.788t} \sin(153.867t + 2.8^\circ) \text{ V}.$$

Для побудови кривої напруги $u_C(t)$ (рис.2) знайдемо сталу часу τ :

$$\tau = \left| \frac{1}{\delta} \right| = \left| \frac{1}{-125.788} \right| = 0.0079499 \text{ s}.$$

та час перехідного процесу з точністю до 1%

$$t_{n.n.} = 5\tau = 5 \cdot 0.0079499 = 0.0397495 \text{ s};$$

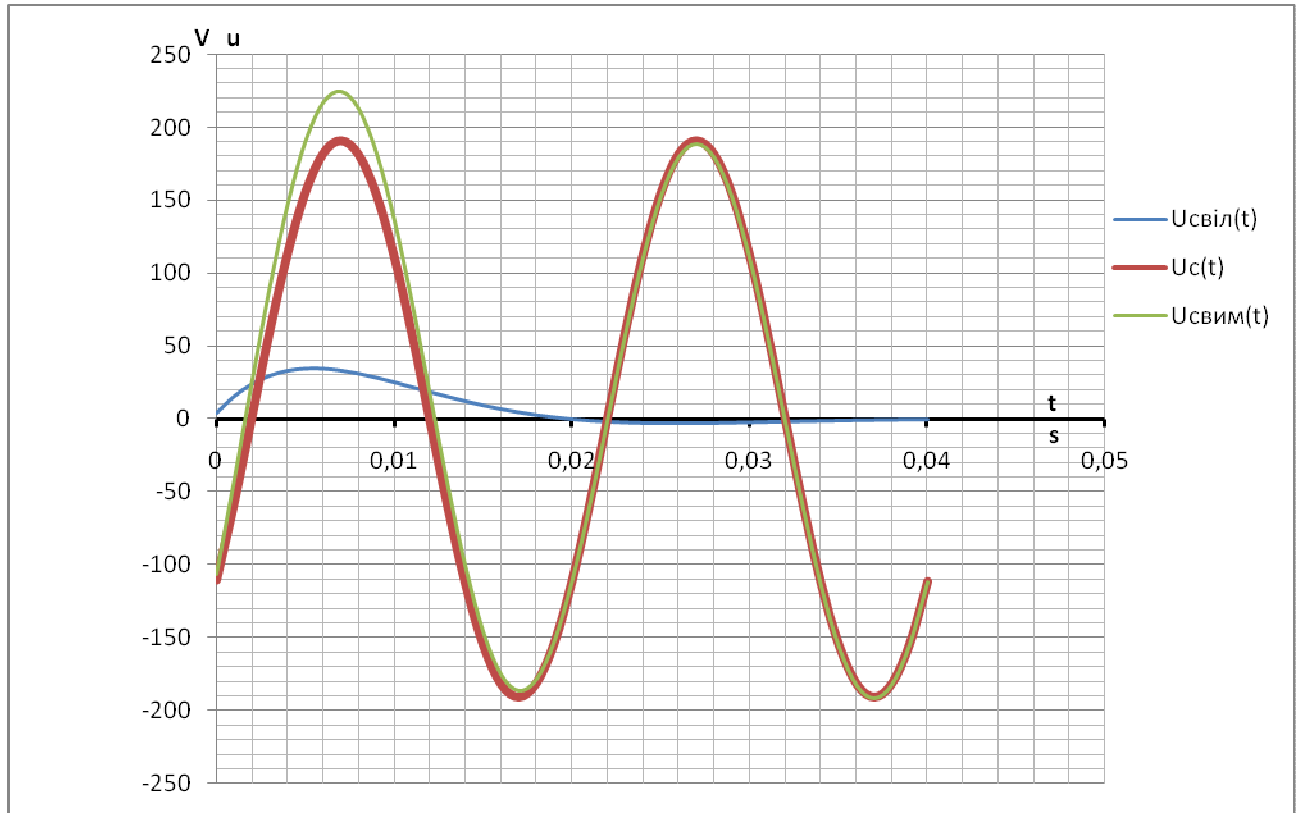


Рис. 2

Операторний метод:

Визначимо вільні складові напруги на конденсаторі $u_{c\text{ вим}}(0)$ та струму $i_{L\text{ вил}}(0)$.
Знайдемо спочатку вимушене значення струму $i_{L\text{ вим}}(t)$.

$$\dot{I}_{3m} = \frac{\dot{U}_{m12}}{R_3 + \frac{(R_2 \cdot jX_L)}{(R_2 + jX_L)}} = \frac{155,95 - j110,12}{200 + \frac{50 \cdot j50}{50 + j50}} = \frac{155,95 - j110,12}{225 + j25} = (0,61127 - j5,7001) \text{ A};$$

$$\dot{I}_{Lm} = \dot{I}_{3m} \frac{R_2}{R_2 + jX_L} = (0,61127 - j5,7001) \frac{50}{50 + j50} = -2,5444 - j3,1557 = 4,0537 e^{j231,12} \text{ A}.$$

тоді:

$$i_{L\text{ вим}}(t) = 4,0537 \sin(\omega t + 231,12^\circ) \text{ A};$$

$$i_{L\text{ вим}}(0) = 4,0537 \sin(231,12^\circ) = -3,1557 \text{ A}.$$

Нарешті вільні складові:

$$u_{c\text{ вил}}(0) = u_c(0) - u_{c\text{ вим}}(0) = -105,77063 + 110,120195 = 4,349565 \text{ V};$$

$$i_{L\text{ вил}}(0) = i_L(0) - i_{L\text{ вим}}(0) = -0,697463 + 3,1557 = 2,458237 \text{ A}.$$

Тепер накреслимо еквівалентну операторну схему для знаходження тільки вільної складової (рис.3):

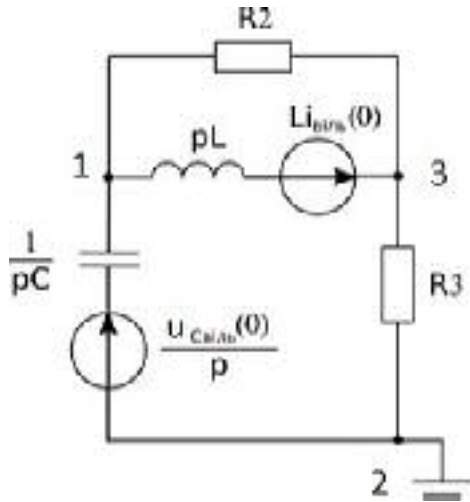


Рис. 3

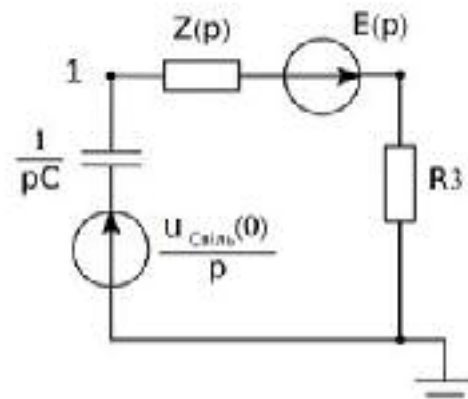


Рис. 4

Виконаємо перетворення (рис.4) двох паралельних віток:

$$Z(p) = \frac{R_2 pL}{R_2 + pL}.$$

$$E(p) = \frac{\frac{Li_{L \text{ вільн}}(0)}{pL}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{pL}} = \frac{Li_{L \text{ вільн}}(0)R_2}{R_2 + pL}.$$

Для визначення зображення вільної складової напруги $U_{10}(p)$ скористаємося

$$U_{10}(p) = \frac{\frac{u_{C \text{ вільн}}(0)pC}{p} - \frac{\frac{Li_{L \text{ вільн}}(0)R_2}{R_2 + pL}}{\left(R_3 + \frac{R_2 pL}{R_2 + pL}\right)} = \frac{u_{C \text{ вільн}}(0)C(R_2 R_3 + pL(R_2 + R_3)) - Li_{L \text{ вільн}}(0)R_2}{p \cdot pLC(R_2 + R_3) + p(L + CR_2 R_3) + R_2} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}.$$

методом двох вузлів:

Знайдемо корені $F_2(p) = 0$:

$$p_{1,2} = -125,788 \pm j153,867 ;$$

та похідну $F_2'(p) = 2pLC(R_2 + R_3) + L + CR_2 R_3$;

$$F_2'(p_1) = 0.159 \cdot 31.847 \cdot 10^{-6} \cdot 2(-125.788 + j153.867) \cdot 250 + 0.159 + 31.847 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot 200$$

$$F_2'(p_1) = 0.158995 + j0.389567; \quad F_2'(p_2) = 0.158995 - j0.389567.$$

Знайдемо значення $F_I(p)$:

$$F_I(p_1) = 4.349565 \cdot 31.847 \cdot 10^{-6} (50 \cdot 200 + (-125.788 + j153.867) \cdot 0.159 \cdot 250) - 0.159 \cdot 2.458237 \cdot 50 = -18.85039 + j0.85.$$

$$F_I(p_2) = -18.85039 - j0.85.$$

Оригінал вільної складової напруги визначаємо за теоремою розкладання:

$$\begin{aligned} u_{C_{\text{віль}}}(t) &= \frac{F_I(p_1)}{F_2'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{F_I(p_2)}{F_2'(p_2)} e^{p_2 t}; \\ u_{C_{\text{віль}}}(t) &= \frac{(-18.85039 + j0.85)}{(0.158995 + j0.389567)} e^{(-125.78 + j153.867)t} + \\ &+ \frac{(-18.85039 - j0.85)}{(0.158995 - j0.389567)} e^{(-125.788 - j153.867)t} = \\ &= 89.6 e^{-125.788t} \cdot \sin(153.857t + 2.7^\circ) \text{ V}. \end{aligned}$$

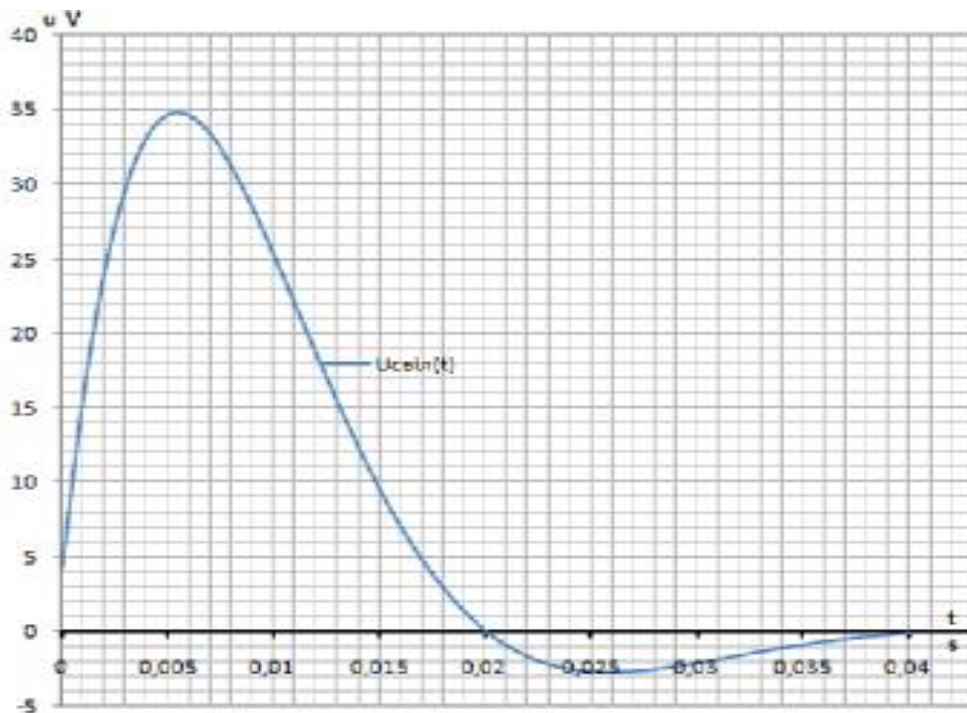


Рис. 5